

H30A 8

8 ある学級で、「対頂角は等しい」ことの証明について、次の①、②を比べて考えています。

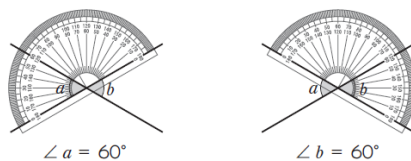


①
下の図のように、対頂角 $\angle a$ と $\angle b$ について、



$\angle a + \angle c = 180^\circ$ から、 $\angle a = 180^\circ - \angle c$
 $\angle b + \angle c = 180^\circ$ から、 $\angle b = 180^\circ - \angle c$
 よって、 $\angle a = \angle b$
 したがって、対頂角は等しい。

②
下の図のように、対頂角 $\angle a$ と $\angle b$ について、 $\angle a$ と $\angle b$ の大きさをそれぞれ測ると、



また、2つの直線の交わる角度を変えて、同じように測ると、
 $\angle a = 40^\circ$ のとき $\angle b = 40^\circ$
 $\angle a = 90^\circ$ のとき $\angle b = 90^\circ$
 $\angle a = 110^\circ$ のとき $\angle b = 110^\circ$
 よって、 $\angle a = \angle b$
 したがって、対頂角は等しい。

①、②がそれぞれ「対頂角は等しい」ことを証明できているかどうかについて、正しく述べたものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

ア ①も②も証明できている。

イ ①は証明できているが、②は証明できていない。

ウ ①は証明できていないが、②は証明できている。

エ ①も②も証明できていない。

【出題の趣旨】

証明の必要性和意味を理解しているかどうかをみる。

【正答】 イ

【予想される誤答】

- ① アを選んでいる。
- ② ウを選んでいる。

【予想される誤答の主な原因】

- ① 演繹的に考えることと帰納的に（実測や操作などを基に）考えることとの違いを理解していない。
- ② 演繹的に考えることによって導かれた事柄は必ずしも成り立つとは限らないが、実測や操作など帰納的に考えることによって導かれた事柄は常に成り立つと捉えている。

【指導のポイント】

- いくつかの図について帰納的に考えた場合、ある事柄が成り立つことの信頼性は高まるが、すべてを調べ尽くすことはできないことから、演繹的に考えることが必要であることを捉えさせる。
- 「実測や操作などから導かれる事柄を予想し、その予想がいつでも成り立つことを証明する。」という一連の活動を行い、帰納的に考えることと演繹的に考えることの違いを捉えさせる。

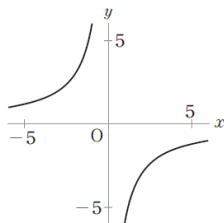
【過去の関連問題】

平成21年度全国学力・学習状況調査 A 8

平成27年度全国学力・学習状況調査 A 8

H30A 9 (3)

(3) 次の図の曲線は、反比例のグラフを表しています。このグラフについて、 x と y の関係を示した表が、下のアからエまでの中にあります。それを1つ選びなさい。



ア

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-2	-3	-6		6	3	2	...

イ

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-2	-4	-6		6	4	2	...

ウ

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	2	3	6		-6	-3	-2	...

エ

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	2	4	6		-6	-4	-2	...

【出題の趣旨】

反比例について、グラフと表を関連付けて理解しているかどうかをみる。

【正答】 ウ

【予想される誤答】

- ① アを選んでいる。
- ② イを選んでいる。
- ③ エを選んでいる。

【予想される誤答の主な原因】

- ① 表から反比例の関係を捉えているが、グラフと表を関連付けて理解していない。
- ② x の値が1ずつ増加すると y の値は一定の割合で減少する関係が反比例だと捉えている。
- ③ x の値が1ずつ増加すると y の値は一定の割合で増加する関係が反比例だと捉えている。

【指導のポイント】

- 表、式、グラフを相互に関連付けて理解させるために、表、式、グラフを同時に提示し、関連する部分に印を付けさせたり囲ませたりする。
- 表やグラフから比例定数を読み取って式に表させたり、比例定数の符号や絶対値の違いによる変化の様子を説明させたりする。
- グラフから比例定数の符号が判断できることや、比例定数は表の対応する x の値と y の値の積になることを確認させる。
- 比例定数の符号だけを変えた表を選ばせたり、そのグラフをかかせたりする。

【過去の関連問題】

平成26年度全国学力・学習状況調査 A 10 (4)

H30B5(2)

数学的な結果を事象に即して解釈することを通して、成り立つ事柄を判断し、その理由を数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる。

5 里奈さんは、バスツアーを利用して旅行することにしました。そこで、S社とT社のパンフレットから、次のような表にまとめました。

里奈さんが作った表

	S社	T社
プラン名	史跡巡りプラン	史跡巡りプラン
通常料金	1人3500円	1人3200円
団体料金	1人2940円	通常料金の10%引き
団体料金の利用可能人数	8人以上	10人以上

(2) 里奈さんは、T社の史跡巡りプランの場合、団体料金の10人分が通常料金の何人分にあたるかを求めました。

里奈さんの計算1

団体料金は、通常料金3200円の10%引きだから、
 $3200 - 3200 \times 0.1 = 3200 - 320 = 2880$
団体料金2880円の10人分は、
 $2880 \times 10 = 28800$
通常料金3200円の何人分にあたるかを求めるから、
 $28800 \div 3200 = 9$

里奈さんの計算1から、史跡巡りプランの団体料金の10人分は通常料金の9人分にあたることがわかります。

里奈さんは、T社の他のプランも調べました。その結果、プランによって通常料金は異なりますが、10人以上で利用すると、どのプランでも団体料金は通常料金の10%引きになることがわかりました。そこで、通常料金が変わった場合、団体料金の10人分が通常料金の何人分にあたるかについて調べるために、T社の通常料金をa円として、次のように計算しました。

里奈さんの計算2

団体料金は、通常料金a円の10%引きだから、
 $a - a \times 0.1 = a - 0.1a = 0.9a$
団体料金0.9a円の10人分は、
 $0.9a \times 10 = 9a$
通常料金a円の何人分にあたるかを求めるから、
 $9a \div a = 9$

上の里奈さんの計算2からわかることがあります。下のア、イの中から正しいものを1つ選びなさい。また、それが正しいことの理由を説明しなさい。

ア 通常料金が変われば、団体料金の10人分が通常料金の何人分にあたるかは変わる。

イ 通常料金が変わっても、団体料金の10人分が通常料金の何人分にあたるかは変わらない。

【正答】(例) イを選択し、次のことを記述している。
通常料金aについて、団体料金の10人分が通常料金の何人分にあたるかを表す式に、aが含まれていないので、通常料金が変わっても、団体料金の10人分が通常料金の何人分にあたるかは変わらない。

【予想される誤答の原因】
示された最初の計算式に通常料金a円が用いられていることから、団体料金の10人分が通常料金に関係していると根拠もなく判断したり、文字に具体的な数を代入して成り立つことは、いつでも成り立つと考えたりしていることが予想される。

授業場面で(成り立つ事柄を判断し、その理由を数学的な表現を用いて説明する授業)

「史跡めぐりプラン」では、団体料金の10人分が通常料金の何人分にあたるでしょうか。

計算すると、団体料金の10人分が通常料金の9人分にあたります。

Point

文字式を用いた計算を行う前に、具体的な数値で計算することで、問題解決の見通しをもたせます。

問題を解決するために必要な情報を、読み取ってください。

それぞれのプランの通常料金がいくらか、具体的な数値が必要です。

プランによって通常料金は異なります。具体的な数値がわからないとき、何を用いればよかったですか。

文字を用いればよかったです。

Point

通常料金を文字を用いて表して計算するという見通しをもたせることが大切です。

通常料金をa円として、さきほどの「史跡めぐりプラン」の計算を参考にしながら、自分の考えを書きましょう。

Point

個人で考える時間を確保し、自分の考えをノートに書かせます。その際、言葉や式を用いるように促します。自分で思考を進めることができない生徒がいる場合は、具体的な数値による計算過程のどこをaとすればよいかを対話により引き出すなど個に応じた指導を行います。

ノートに書いた自分の考えを見せながら、問題解決の過程を説明し合い、自分とは違う他者の考えをノートに書き込みましょう。

通常料金をa円として計算すると、9になりました。だから、それぞれのプランによって、団体料金の10人分が通常料金の何人分にあたるかは変わりません。

Point

生徒全員が説明できるように、小グループで自分の考えを説明する場面を設定します。その際、考えを書いたノートや考えを書いたホワイトボード等を用いたりするなど、数学的な表現を用いた説明を意識させることが大切です。

通常料金がわからないのに、団体料金の10人分が通常料金の9人分と求めることができました。その方法と理由を説明してください。

通常料金をa円として計算しました。

計算の結果にaが含まれないからです。

Point

問題解決の過程を振り返らせます。その際、「文字を用いることで問題解決できたこと(方法・手順)」、「結果に文字を含まないから答えが導き出せたこと(理由)」を生徒に発言させることが大切です。

Point

授業の振り返りでは、類題に取り組ませたり、文字を用いることの有用性について確認させたりします。

導入

展開

終末

T社のバスツアープラン料金

	T社
プラン名	史跡巡りプラン
通常料金	1人3200円
団体料金	通常料金の10%引き
団体料金の利用可能人数	10人以上

団体料金の10人分が通常料金の何人分にあたるか？

団体料金は、通常料金の3200円の10%引きだから、
 $3200 - 3200 \times 0.1$
 $= 3200 - 320$
 $= 2880$
団体料金2880円の10人分は、
 2880×10
 $= 28800$
通常料金3200円の何人分にあたるかは、
 $28800 \div 3200$
 $= 9$

9人分

問題

T社には他のプランもあり、通常料金は異なりますが、10人以上で利用するとどのプランでも団体料金は通常料金の10%引きになります。それぞれのプラン(通常料金が変わること)によって、団体料金の10人分が通常料金の何人分にあたるかは変わのでしょうか、それとも変わらないのでしょうか。

問題を解決するために必要な情報は？

それぞれのプランの通常料金



プランによって通常料金は異なる

何を用いればよいか？

通常料金を文字を用いて表して、計算するとよい。

めあて

通常料金を文字で表し、根拠を明らかにして自分の考えを説明しよう。

団体料金の10人分が通常料金の何人分にあたるか

団体料金は、通常料金a円の10%引きだから、
 $a - a \times 0.1$
 $= a - 0.1a$
 $= 0.9a$
団体料金0.9a円の10人分は、
 $0.9a \times 10$
 $= 9a$
通常料金a円の何人分にあたるかは、
 $9a \div a$
 $= 9$
9人分となり、aが含まれていないので、それぞれのプランによって、団体料金の10人分が通常料金の何人分にあたるかは変わらない。

通常料金がわからないのに、団体料金の10人分が通常料金の9人分と求められた理由

- 通常料金をa円としたから
- 計算の途中でaが消えたから
- 計算の結果にaが含まれないから

生徒の発言の要点をまとめた教師による板書

生徒の振り返りをまとめた教師による板書

まとめ

文字式は、計算の結果に文字が含まれない事柄について説明する場合にも使える。